Tipos de dados e escalas de mensuração: explicando a confusão semântica

Abrantes Araújo Silva Filho

2021-04-29

Resumo

Breve revisão sobre os tipos de dados e as diferentes escalas de mensuração. Objetiva explicar a confusão semântica entre os nomes e conceitos utilizados utilizados para dados e escalas em estatística descritiva e análise exploratória de dados.

Sumário

1 A confusão (eterna!) dos tipos de dados

Seja você um estatístico, um analista de negócios ou um cientista de dados, é óbvio que essa entidade, o **dado** (seja lá o que isso quer dizer), é parte central do seu trabalho.

Com certeza você já percebeu que existem dados que representam a descrição de uma qualidade (ex.: sexo, religião) e dados que representam uma quantidade numérica (ex.: idade, altura).

Também já percebeu que alguns dados são descritivos mas têm uma certa ordenação intrínseca (ex.: "analfabeto", "1º grau completo", "2º grau completo", "superior completo"), enquanto outros são descritivos e não têm nenhuma ordenação intrínseca (ex.: "vermelho", "verde", "amarelo").

Essa diversidade de tipos de dados cria uma dificuldade para o analista[1]: existem técnicas de estatística descritiva e inferencial que podem ser mais mais ou menos adequadas dependendo do tipo de dado considerado. Obviamente você não pode calcular a média entre "vermelho", "verde" e "amarelo"[2].

Ao se deparar com um conjunto de dados para análise, uma das primeiras preocupações do analista é então verificar claramente qual é o tipo, a natureza do dado de cada variável que será analisada. Isso é necessário para determinar quais técnicas gráficas e estatísticas são mais adequadas. E aqui existe uma **enorme e eterna confusão semântica**: a nomenclatura utilizada pelos diversos autores é um verdadeiro "faroeste" onde todos atiram contra todos e salve-se quem puder (LIND; MARCHAL; WATHEN, 2012; TRIOLA, 1998; FEINSTEIN, 1987; BERQUÓ; SOUZA; GOTLIEB, 1981; FEINSTEIN, 1985; ZAR, 1999; FEINSTEIN, 1996; SOARES; SIQUEIRA, 2002; LAURENTI et al., 1987; KLEINBAUM et al., 1997; ARMITAGE; BERRY; MATTHEWS, 2002; MOSTELLER; TUKEY, 1977).

Alguns autores dividem os dados em quantitativos e qualitativos; outros preferem dividir em nominais, ordinais, discretos e contínuos; alguns incluem dados binários como uma categoria separada, outros consideram que dados binários são um tipo de dado ordinal; uns consideram nominal como sinônimo de qualitativo enquanto outros defendem que dados nominais são um subtipo dos dados qualitativos; outros separam os dados numéricos em intervalares e de razão, enfim... a confusão semântica é grande.

A situação fica ainda mais confusa quando se considera a nomenclatura utilizada pelos *softwares* de análise de dados, por exemplo: o **R** (R Core Team, 2021) classifica alguns dados em "fatores", para uso durante as as análises. Mas o que é um "fator"? Só quem usa a Linguagem R sabe o significado desse tipo de dado.

---

[1]Vou usar a palavra "analista" para designar qualquer pessoa que trabalhe com análise de dados, seja ela um estatístico, um matemático, um cientista de dados, um cientista etc.

[2]Pelo menos de modo direto. Podemos tantar um truque inteligente: ao invés de considerar as cores diretamente por seus nomes (vermelho, verde e amarelo) podemos tentar considerar as cores por seus valores RGB e trabalhar com esses dados numéricos. O problema é saber se isso faz algum sentido! Para saber mais sobre o modelo de cores RGB, consulte Wikipedia contributors (2021).

E por que existe essa confusão toda? Não tenho uma resposta definitiva mas acredito que a bagunça semântica ocorra pela mistura entre dois conceitos intimamente relacionados mas distintos: o **tipo de dado** e a **escala de mensuração**.

Obviamente o meu entendimento de tipo de dado e de escala de mensuração pode ser diferente do seu entendimento portanto, nas próximas seções, discutirei isso em detalhes, começando pela irrelevância da classificação dos dados do ponto de vista da natureza.

2 A natureza não liga para nossas classificações

Altura é um dado quantitativo? Peso é um dado contínuo? Quantidade de fumo consumido por dia é um dado discreto? Fé é um dado qualitativo? A resposta para essas perguntas é um surpreendente "não". A natureza não liga, não dá a mínima para como nós resolvemos classificá-la. A natureza é o que é, e não é nada mais além disso.

Vamos entender isso com calma. Considere o exemplo do peso[3] de uma pessoa. O peso de uma pessoa é uma variável quantitativa contínua? Não! O peso de uma pessoa é apenas um atributo físico que estamos investigando e que, na verdade, foi "inventado" por nós. A natureza não liga se uma pessoa tem ou não tem peso, uma pessoa é uma pessoa e pronto. Nós é que temos a necessidade de medir a natureza para tentar entender e dar significado ao que encontramos no mundo, e entender porque existem variações (existem pessoas desde muito magras até muito gordas).

É essa vontade, essa necessidade, de dar um sentido à ordem natural das coisas que nos levou a "inventar" atributos para classificar e entender a natureza. Nós precisamos entender porque existem pessoas muito magras e muito gordas, precisamos de uma forma de medir isso; essa necessidade nos levou a considerar o peso como um atributo natural a ser mensurado e entendido. Por isso estamos sempre "inventando" novas e engenhosas maneiras de classificar e medir a natureza.

Agora pense no seguinte: como os antigos gregos mensuravam o peso de alguém ou de alguma coisa? Certamente eles não conheciam o quilograma mas deveriam ter algum tipo de padrão para pesar objetos. E os índios do Brasil na época do descobrimento? Eles eram menos desenvolvidos do que os gregos antigos e, mesmo assim, tinham a noção de peso. Como os índios lidavam com o peso? Como nós, hoje em dia, podemos medir o peso de alguém?

Considere os seguintes procedimentos para medir o peso de uma pessoa:

1. Vou olhar para a pessoa e, subjetivamente, classificá-la em "magra", "normal" ou "gorda". Esse é um procedimento de medição absolutamente válido (embora não muito reprodutível nem preciso). Eu simplesmente medi o atributo peso usando uma escala subjetiva com três possibilidades;

[3] O correto seria utilizar o termo **massa** mas aqui, de modo informal, vou manter o termo utilizado no dia a dia: peso.

2. Eu também poderia utilizar o procedimento anterior com uma escala subjetiva diferente, com apenas duas possibilidades, "normal" e "alterado". Isso também é um procedimento de medição válido (embora continue não sendo reprodutível ou preciso);

3. Eu também posso utilizar uma balança e medir o peso como $70{,}3\,\mathrm{kg}$; ou

4. Eu posso utilizar a balança e comparar o peso obtido com uma classificação já estabelecida e apenas regitrar: "Magreza grau III", "Magreza grau II", "Magreza grau I", "Adequado", "Pré-obeso", "Obesidade grau I", "Obesidade grau II" e "Obesidade grau III".

Agora considere os procedimentos de mensuração do peso de uma pessoa listados acima. Todos os procedimentos mediram o peso mas forneceram respostas diferentes. Na 1ª opção o peso foi registrado em três opções que variavem de magro a gordo; na 2º opção o peso foi registrado com apenas duas opções; na 3ª opção o peso poderia ter sido registrado em "infinitas" opções (dependendo do grau de precisão da balança); e na 4ª opção o peso foi registrado em uma escala com oito opções, desde "magreza grau III" até "obesidade grau III".

Perceba então que o peso não é, por si mesmo, uma variável contínua... o peso pode ser medido de modo válido usando-se diversos procedimentos e escalas arbitrárias de mensuração. Lembre-se: a natureza não liga para o que o peso de fato é, nós é que definimos como obteremos os dados (utilizando procedimentos e escalas de medição arbitrárias) a respeito do peso de uma pessoa ou alguma coisa.

Por isso no começo desta seção eu afirmei que a altura não é um dado quantitativo, nem que o número de cigarros é um dado discreto: isso dependerá do que, de fato, queremos medir, do processo medição que podemos utilizar e das escalas de mensuração que vamos utilizar.

Antes de entrarmos diretamente nessa discussão sobre tipos de dados e escalas de mensuração penso ser importante esclarecer o significado de alguns termos utilizados com freqüência, como medir, medição, mensurar e outros. Isso é o assunto da próxima seção.

3 Sopa de palavras: medir, medição, mensuração, medida, mensurar, dados...

Sem querer entrar em discussões semânticas intermináveis[4], é importante deixar claro o significado de alguns termos comumente utilizados quando falamos em medir alguma coisa, pois são utilizados vários termos e isso causa uma certa confusão

[4]Pegue dois bons dicionários, como o Aurélio (FERREIRA, 2010) e o Houaiss (HOUAISS; VILLAR, 2009), e tente entender o significado de medir, medida, medição, mensurar e mensuração; você verá a confusão semântica existente. E se você incluir os livros de estatística, verá que a confusão semântica é maior ainda!

(ainda mais quando incluímos na lista termos em inglês como *measurement*, *mensuraton* ou *quantification*). Meu entendimento prático[5] dessa sopa de palavras é ilustrado nos quadros a seguir.

Medir (sinônimo: **mensurar**; em inglês: ***measure***)

É obter (determinar, verificar, avaliar) os dados de um atributo, da extensão ou da grandeza de algo, utilizando um instrumento (utensílio, processo) baseado em uma escala de expressão padronizada.

Se eu quero medir a altura de uma pessoa eu estou querendo, de fato, obter um dado que represente esse atributo de interesse e, para isso, preciso utilizar um instrumento ou processo que tenha uma escala de mensuração adequada aos meus objetivos e que possa ser aplicada à altura, por exemplo: uma trena graduada em centímetros.

Note que nada me obriga a usar uma trena graduada em centímetros: se eu tiver um bastão de madeira com três faixas coloridas onde vermelho é baixo, amarelo é médio, e verde é alto, também posso medir a altura dessa pessoa (estou usando outro instrumento e outra escala de mensuração)[6].

Medição (sinônimo: **mensuração**; em inglês: ***mensuration***, ***measurement***)

É o ato de medir, ou seja, é o ato de obter os dados necessários através da conversão de uma entidade observada em uma sentença descritiva.

Voltando ao exemplo onde eu quero medir a altura de uma pessoa: quando eu utilizo uma trena graduada em centímetros e concluo "$185\,\mathrm{cm}$", eu estou realizando uma medição, ou seja: estou transformando uma entidade observada (no caso a altura) em uma sentença descritiva (185; note que o "cm" não faz parte do resultado, eu já estou medindo em centímetros: minha escala já é "altura em centímetros").

Dado (em inglês: ***data***)

É a sentença descritiva resultante de um processo de mensuração.

De volta ao exemplo da altura: após realizar a medição eu "converti" a entidade observada (altura em centímetros) na sentença descritiva 185. Essa sentença

[5] Por "prático" quero dizer que talvez as definições que escrevi não sejam as melhores possíveis. Se eu pensar mais a fundo e raciocinar por mais alguns meses, talvez consiga escrever uma definição mais geral e correta. Mas, para todos os efeitos práticos, a definição que eu escrevi está de bom tamanho. Sinta-se à vontade para melhorá-la!

[6] A questão de qual escala é melhor será tratada mais adiante.

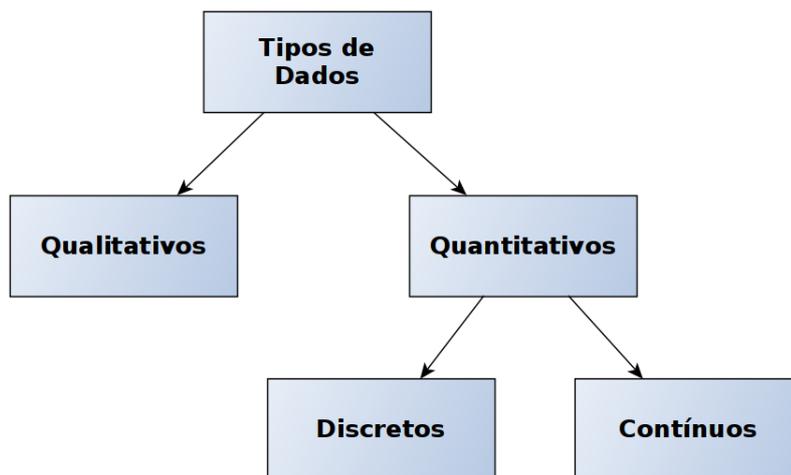
descritiva que resulta de um processo de mensuração é o que chamamos de dado (SILVA FILHO, 2003)[7].

Observação: os dicionários trazem o termo **medida** como um sinônimo para medição/mensuração. Eu não vou brigar com nenhum dicionarista mas, para mim, usar medida como sinônimo de medição/mensuração não é ideal e causa confusão. Desse modo, na prática, considero que medida refere-se ao resultado do processo de medição/mensuração, ou seja, a medida refere-se ao dado obtido.

Feita essa digressão, voltarei ao assunto principal deste texto. A Seção 4 discute a questão dos tipos de dados (qualitativos e quantitativos) e a Seção 5 discute a questão das escalas de mensuração. A Seção 7 discute o relacionamento entre esses dois conceitos.

4 Tipos de dados

A classificação mais comum dos tipos de dados é separar dois grandes grupos, dados **qualitativos** e dados **quantitativos**, sendo que os dados quantitativos ainda são subdivididos em **discretos** e **contínuos**:

Figura 1: Tipos de dados

Os dados do tipo **qualitativo** refletem uma qualidade ou atributo que não pode ser expresso numericamente, por exemplo: sexo, religião, cor, estado civil, nacionalidade, comida preferida, tipo de sistema operacional, Código de Endereçamento Postal (CEP) etc.

Sempre que lidamos com dados não numéricos estamos lidando com dados qualitativos, mesmo que eles tenham sido registrados através de códigos numéricos,

[7] <https://www.abrantes.pro.br/wp-content/uploads/2021/04/o_que_e_dado.pdf>

por exemplo: ao registrar o **sexo** dos participantes de uma pesquisa você pode registrar 1 para masculino e 2 para feminimo; mesmo que o registro tenha sido numérico os dados são qualitativos.

Alguns autores chamam os dados qualitativos de **categóricos** e eu concordo que esse é um sinônimo válido. Já outros autores também consideram como sinônimo de qualitativo a palavra "nominal". Eu penso que isso é temerário pois causa confusão desnecessária com uma escala de mensuração (Seção 5). Minha recomendação aqui é simples: não use nominal como sinônimo de qualitativo. Use somente qualitativo (preferível) ou categórico (aceitável). Você vai entender o porquê dessa recomendação quando ler as próximas seções.

Já os dados do tipo **quantitativo** refletem alguma característica numérica, por exemplo: peso em quilogramas, altura em centímetros, número de cigarros fumados por dia, saldo bancário em reais, número de filhos menores de dezoito anos, temperatura em graus Celsius etc. Os dados quantitativos são subdivididos em:

- **Discretos**: são obtidos por contagens e só podem assumir um conjunto limitado (ou ilimitado mas enumerável) de valores, por exemplo: número de mulheres no curso de ciência da computação, número de carros que atravessam a Terceira Ponte em um dia, número de doses de vacinas aplicadas na população brasileira etc. Note que os dados quantitativos discretos só podem assumir valores inteiros $(0, 1, 2, 3, \ldots)$; não há como contarmos o número de cachorros em uma casa e obter $2{,}58$ cachorros;
- **Contínuos**: são obtidos por mensurações/medições e podem assumir um número infinito de valores, por exemplo: a altura de uma pessoa em centímetros. Dependendo da precisão do instrumento de medida, a altura pode ser: $185\,\text{cm}$, $185{,}6\,\text{cm}$, $185{,}63\,\text{cm}$, $185{,}638\,\text{cm}$, $185{,}6381\,\text{cm}$, $185{,}63814\,\text{cm}$, $185{,}638149\ldots\text{cm}$. Note que os dados contínuos podem assumir qualquer valor do conjunto de números reais ($\mathbb{R}$) e, por isso, podem assumir um número infinito de valores[8].

E quanto aos outros "tipos de dados" que aparecem na literatura, como os dados nominais e ordinais? Bem... não existem esses tipos de dados, esses termos denotam diferentes escalas de mensuração, discutidos na próxima seção.

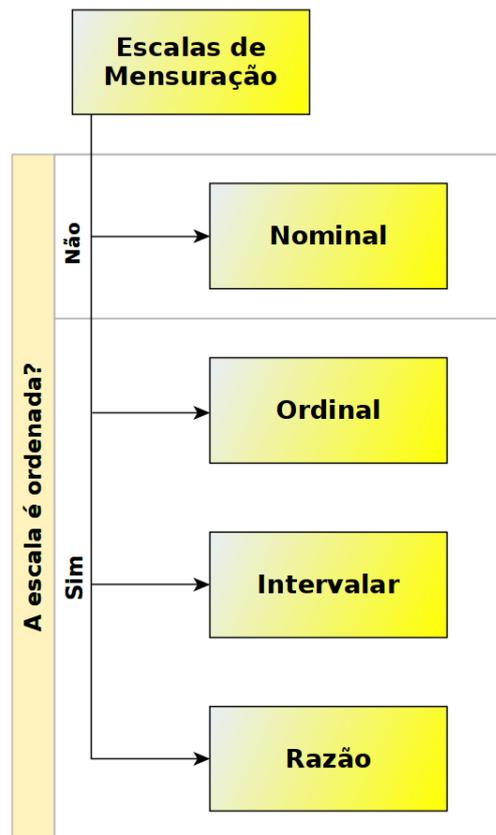
5 Escalas de mensuração

Uma outra maneira de encarar a questão dos dados é pensar não no tipo de dado em si mas, sim, nas escalas que podemos utilizar para medir as coisas. Em meados da década de 1940, Stanley Smith Stevens publicou um artigo seminal a respeito do tema (STEVENS, 1946) que impactou e influenciou grandemente a área

[8] Embora, em algumas situações específicas, não seja interessante registrar mais algarismos significativos do que você realmente precisa. Consulte Silva Filho (2021) para uma discussão sobre algarismos significativos.

de estatística. Nesse artigo Stevens estabeleceu uma hierarquia de quatro escalas de mensuração (**nominal**, **ordinal**, **intervalar** e **razão**) e descreveu que tipos de procedimentos estatísticos (descritivos e inferenciais) e gráficos poderiam ser utilizados para dados expressos em cada uma dessas escalas (criando assim uma espécie de "guia" para orientar o trabalho de análise). Essa hierarquia foi tão impactante que diversos livros famosos de estatística a adotaram e influenciaram o pensamento de gerações de estatísticos desde então (VELLEMAN; WILKINSON, 1993).

A diferença básica entre as escalas de mensuração é a possibilidade das categorias adjacentes na escala serem ordenadas de modo monotonicamente crescente ou decrescente. A escala nominal não pode ser ordenada, mas as escalas ordinal, intervalar e razão podem:

Figura 2: Escalas de mensuração

Vamos entender agora a diferença entre essas escalas.

5.1 Escala nominal

Na escala de mensuração nominal as categorias da escala **não podem ser monotonicamente ordenadas**. O jeito mais fácil de compreender isso é com um exemplo.

Considere que estamos interessados em averiguar a religião de um grupo de pessoas. Nossa escala de medida tem as seguintes categorias possíveis:

- Cristianismo
- Islamismo
- Hinduísmo
- Budismo
- Judaísmo
- Espiritismo
- Outra
- Nenhuma

Note que não é possível ordenar as categorias da escala, não faz sentido dizer que "cristianismo" é maior do que "budismo". Não existe uma ordenação intrínseca entre as categorias adjacentes da escala, não é possível estabelecer nenhuma relação de ordem.

Você poderia ser tentado a ordená-las de modo crescente ou decrescente pelo número de praticantes de cada religião, mas isso não é uma ordenação da religião em si, é apenas a ordenação do número de fiéis de cada uma. Isso não é a mesma coisa que dizer que Budismo é "maior" que Espiritismo por si mesmos.

Se as categorias da escala de mensuração não tiverem uma ordenação intrínseca, natural, estamos no nível **nominal** de mensuração. Você pode até codificar as categorias de religão com números (1 para cristianismo, 2 para islamismo etc.) mas não tem sentido nenhum realizar certos cálculos estatísticos com esses números (média, mediana, desvio padrão etc.) pois eles estão apenas representando de modo mais prático o nome de cada religião.

Alguns outros exemplos de variáveis que podem ser mensuradas em escala nominal: tipo sangüíneo, CEP, sexo, raça, cor dos olhos, time de futebol, estado civil etc.

Quando temos dados em escala nominal, não podemos calcular média, mediana nem medidas de variabilidade, já que não há nenhuma ordenação. Entretanto podemos verificar a categoria que mais ocorre (a **moda**) e contar a quantidade de observações em cada categoria e expressar essa contagem de modo absoluto ou relativo em uma distribuição de freqüências.

Nenhuma operação aritmética pode ser realizada com esses dados, exceto verificar se alguma observação pertence a alguma categoria e verificar a igualdade ou desigualdade entre observações (por exemplo: verificar se a religião do indivíduo "A" é igual ou diferente da religião do indivíduo "B").

Dados em escala nominal podem ser exibidos graficamente, por exemplo, através de gráficos de pizza, gráfico de barras ou gráficos de Pareto.

Note que mesmo que a possibilidade analítica de dados em escala nominal seja menor por si mesma, esses dados são importantes em diversos tipos de análises pois nos permitem buscar diferenças entre categorias. Por exemplo: a hipertensão

arterial é mais comum em alguma etnia do que em outra? Pessoas casadas vivem mais ou menos do que pessoas solteiras?

5.2 Escala ordinal

O próximo nível na hierarquia de Stevens é a escala de mensuração ordinal. Aqui as categorias da escala **podem ser monotonicamente ordenadas**, mas o **intervalo entre duas categorias adjacentes da escala é arbitrário e não pode ser medido** (e portanto, não podemos afirmar que esse intervalo seja o mesmo se considerarmos outras duas categorias adjacentes da escala).

Note que as categorias das escalas ordinais apresentam uma ordenação intrínseca, natural, mas não temos como medir qual o intervalo entre uma categoria e outra. Considere, como exemplo, a seguinte escala para o grau de escolaridade de uma pessoa:

- Analfabeto
- Ensino fundamental completo
- Ensino médio completo
- Superior completo
- Mestrado completo
- Doutorado completo
- Pós-doutorado completo

Obviamente existe uma ordenação natural entre as categorias da escala: uma pessoa com o ensino superior completo tem maior escolaridade do que uma pessoa com somente o ensino médio completo. O problema é que não temos como medir a diferença de escolaridade entre as categorias dessa escala: a diferença entre ensino fundamental e ensino médio é a mesma do que entre mestrado e doutorado?

Se as categorias da escala de mensuração tiverem uma ordenação intrínseca, natural, mas o intervalo entre as categorias adjacentes for arbitrário e não mensurável, estamos no nível **ordinal** de mensuração. Novamente, podemos codificar com números as categorias, para facilitar o registro, mas não tem nenhum sentido realizar certos cálculos com esses números (média, desvio padrão etc.).

Alguns exemplos de variáveis que podem ser mensuradas em escalas ordinais: escolaridade, intensidade de dor, classe sócio-econômica, grau de satisfação, faixa de renda, qualidade do atendimento etc.

Quado temos dados em escala ordinal não podemos calcular a média mas podemos obter a **mediana** e a **moda**. Não podemos calcular variância ou desvio padrão, mas podemos, de certo modo, verificar a amplitude e os quantis. Também podemos contar a quatidade de observações em cada categoria e expressar essa contagem de modo absoluta ou relativo em uma distribuição de freqüencias.

Nenhuma operação aritmética pode ser feita com esses dados, mas podemos verificar se alguma observação pertenca a alguma categoria, verificar a igualdade

ou desigualdade entre observações, e realizar comparações do tipo "maior que" ou "menor que".

Dados em escala ordinal podem ser exibidos graficamente, por exemplo, através de gráficos de pizza, gráfico de barras ou gráficos de Pareto.

5.2.1 Escala binária

Alguns autores diferenciam um tipo especial de escala, a escala **binária** ou **dicotômica**, onde só existem duas categorias possíveis de escolha, por exemplo:

- Presente (sim)
- Ausente (não)

Na verdade as escalas binárias são apenas um tipo especial das escalas ordinais. Isso é facilmente verificável se expandirmos as categorias possíveis, por exemplo:

- Definitivamente presente
- Provavelmente presente
- Possivelmente presente
- Incerto se presente ou ausente
- Possivelmente ausente
- Provavelmente ausente
- Definitivamente ausente

5.3 Escala intervalar

O próximo nível na hierarquia de Stevens é a escala de mensuração intervalar. Aqui as categorias da escala:

- **Podem ser monotonicamente ordenadas**, de forma crescente ou decrescente;
- **O intervalo entre duas categorias adjacentes da escala pode ser mensurado e é sempre constante**, ou seja, o intervalo é sempre igual entre quaisquer duas categorias adjacentes da escala (mesmo que o intervalo tenha sido criado de modo arbitrário), nós sabemos exatamente qual é esse intervalo; e
- **Não há um ponto 0 (zero) absoluto, natural**, ou seja, nessas escalas o ponto zero é sempre arbitrado e, portanto, nenhuma proporção faz sentido.

É mais fácil entender os dados em escala intervalar com o exemplo clássico, a temperatura em graus Celsius. Quando o astrônomo sueco Anders Celsius estabeleceu sua escala de temperatura, usou o seguinte processo: considerando 1 atmosfera de pressão, arbitrou que o ponto de ebulição da água seria considerado como o valor 100 e o ponto de congelamento da água seria considerado como o valor 0; depois dividiu esse intervalo em cem partes iguais, criando a escala centígrada (que depois passou a ser conhecida apenas por escala de graus Celsius). Agora note:

- A escala de graus Celsius pode ser ordenada, indo de 0 °C até 100 °C;
- O intervalo entre duas categorias adjacentes da escala pode ser mensurado e é sempre constante: o intervalo entre 12 °C e 13 °C é exatamente igual ao intervalo entre 78 °C e 79 °C, que é exatamente igual ao intervalo entre 80 °C e 81 °C;
- A escala não tem um ponto zero absoluto, natural: o valor de 0 °C foi arbitrariamente definido como a temperatura na qual a água congela. Isso não quer dizer que em 0 °C não há calor (movimento de partículas), só significa que o ponto de congelamento foi arbitrariamente escolhido para ser o zero.

Uma conseqüência importante do fato das escalas intervalares não terem um zero natural é que nenhuma proporção faz sentido. Por incrível que pareça a temperatura (o calor) de 20 °C não é o dobro da temperatura de 10 °C; a temperatura de 50 °C não é a metade da temperatura de 100 °C.

Você pode falar que 20 °C tem o dobro de divisões de escala do que 10 °C, mas isso não significa que a temperatura (o calor) seja o dobro. Em escalas intervalares somente operações de adição e subtração têm sentido, operações de divisão e multiplicação não têm sentido algum.

Se a temperatura de 40 °C fosse o dobro da temperatura de 20 °C, isso seria refletido em outras escalas de temperatura, como por exemplo a escala de Fahreinheit, mas isso não ocorre: 20 °C correspondem a 68 °F, e 40 °C correspondem a 104 °F, ou seja: o que seria o dobro em Celsius não é o dobro em Fahreinheit. Isso decorre do fato do zero ser arbitrário. A escala Kelvin de temperatura tem um zero natural, absoluto, portanto ela não é uma escala intervalar.

Alguns exemplos de escalas intervalares: temperatura (Celsius e Fahreinheit), localização no plano Cartesiano (a origem pode ser arbitrariamente definida em qualquer ponto no plano), pH, escore SAT (200–800), escore de crédito (300–850), tamanhos de roupas, tamanhos de sapatos, escore de quociente de inteligência, direção como ângulo a partir de um ponto, voltagem etc.

Uma escala intervalar que costuma causar espanto à primeira vista é o tempo. Quando começou o tempo? Quanto tempo o tempo tem? Existiu o tempo "zero"? O tempo começou com o *big-bang* ou já existia antes? Perceba que não há um ponto zero natural, absoluto, para o tempo, portanto o tempo é medido em uma escala intervalar: nós é que arbitramos algum tempo "zero", definimos uma escala de intervalos apropriada (horas, minutos, segundos) e, a partir de então, passamos a contar o tempo. Isso significa que as proporções de tempo não fazem sentido, por exemplo: o tempo no ano 2000 representa o dobro de tempo do ano 1000? Esse exemplo é análogo ao da temperatura em Celsius. O que se pode dizer com certeza é que, se estamos considerando o calendário gregoriano, o ano 2000 tem mil divisões de tempo a mais do que o ano 1000, mas não temos como saber se o tempo, o conceito do tempo em si, é o dobro.

Considere agora os calendários Maia, Judaico ou Chinês. Eles contam o tempo de modo diferente. Será que o dobro de "tempo" no calendário gregoriano será

refletido exatamente no dobro de "tempo" nos outros calendários? Não, pois o tempo não tem um zero natural, sua medida é arbitrária. Pense nas horas do dia: nós arbitramos um momento no tempo para ser a "hora zero" e depois contamos as horas em períodos de 60 minutos (subdivididos em períodos de 60 segundos) em um ciclo e, a cada 24 horas, começamos do zero novamente.

Como nosso calendário foi arbitrado? A história da contagem do tempo é complexa e muitos calendários diferentes foram utilizados ao longo das eras. Basta pensar no seguinte: hoje nós estamos no ano 2021 depois de Cristo, ou seja, arbitramos o ano de nascimento de Cristo para contar (e já começamos contando do ano 1, nem do ano 0, o que dificulta um pouco mais as coisas). Por isso o tempo é medido em uma escala intervalar.

Quando temos dados em escala intervalar já podemos calcular diversas coisas, como a média, mediana, moda, variância, desvio-padrão e quantis. Não podemos calcular coisas que dependem de razões, como o coeficiente de variação.

Podemos realizar operações matemáticas de igualdade, desigualdade, comparações de maior ou menor, e realizar somas e subtrações (mas não podemos calcular multiplicações e divisões, pois as proporções não têm sentido).

Diversos gráficos podem ser utilizados para representar dados em escala intervalar como, por exemplo, o histograma e o gráfico de dispersão.

5.3.1 Diferenças entre categorias têm zero absoluto

Se o tempo é medido em uma escala intervalar, é possível afirmar que uma pessoa tem o dobro da idade de outra? Nesse caso, sim. Note bem:

- As proporções diretas entre categorias de uma escala intervalar não têm sentido, pois o zero é arbitrário; mas
- As proporções entre **diferenças entre categorias** têm sentido, pois as diferenças introduzem um zero absoluto não arbitrário.

Considere a variável "idade em anos completos". A idade em anos completos é calculada como uma **diferença** entre a data atual e a data de nascimento da pessoa. Esse cálculo introduz um zero natural, absoluto, na mensuração: se a pessoa nasceu há menos de um ano, a idade em anos completos é 0 (e esse zero, mesmo calculado, é natural). Desse modo é possível calcular a razão entre a idade em anos completos de duas pessoas e dizer que uma tem metade da idade da outra.

De modo geral as diferenças entre categorias de escalas intervalares são "promovidas" para outro tipo de escala, para as escalas de razão (Seção 5.4), pois no processo do cálculo da diferença um zero natural é introduzido. Por isso que o tempo é medido em escala intervalar, mas a duração de um período de tempo (calculado como a diferença entre dois pontos no tempo) é medido em escala de razão.

Outro exemplo: a localização em um plano cartesiano é mensurada em uma escala intervalar (a origem do eixo cartesiano pode ser colocada arbitrariamente em qualquer lugar do plano), mas a distância de um ponto até a origem é mensurada

em escala de razão (pois a mensuração da distância introduz um zero natural: se o ponto estiver exatamente sobre a origem, a distância é zero).

5.4 Escala de razão

O último nível na hierarquia de Stevens é a escala de mensuração de razão. Aqui as categorias da escala:

- **Podem ser monotonicamente ordenadas**, de forma crescente ou decrescente;
- **O intervalo entre duas categorias adjacentes da escala pode ser mensurado e é sempre constante**, ou seja, o intervalo é sempre igual entre quaisquer duas categorias adjacentes da escala (mesmo que o intervalo tenha sido criado de modo arbitrário), nós sabemos exatamente qual é esse intervalo; e
- **Existe um ponto** 0 **(zero) absoluto, natural**, ou seja, nessas escalas o ponto zero existe naturalmente e, portanto, as proporções fazem sentido.

Alguns exemplos são: peso em quilogramas, altura em centímetros, distância em metros, carga elétrica, salário mensal, unidades produzidas, número de filhos de um casal, escala Kelvin de temperatura, número de votos que um político recebeu na última eleição, nota de um aluno na prova etc.

Os dados mensurados em escalas de razão podem ser analisados através de todos os procedimentos da estatística descritiva (e inferencial, desde que apropriados à situação).

Podem ser representados graficamente, por exemplo, com um histograma, polígono de freqüências, *boxplot* etc.

5.5 Resumo das características das escalas e operações matemáticas e estatísticas possíveis

Conforme discutido nas seções anteriores, dados medidos em diferentes escalas devem ser analisados e apresentados graficamente por procedimentos diferentes.

Dados em escala nominal só podem ser apresentados como distribuições de freqüência ou com gráficos de barra ou pizza, e a única medida de tendência central possível é a moda; já os dados mensurados em escala de razão podem ser apresentados de diversas maneiras e podemos calcular várias medidas de tendência central (média, moda, mediana) e de variabilidade (variância, desvio padrão, intervalo interquartil, percentis, coeficiente de variação).

A Tabela 1, na página 16, traz um breve resumo dessas diferenças, apontadas desde o trabalho de Stevens (1946). Ela não é, de modo algum, exaustiva, mas serve como uma primeira orientação para o analista.

Tabela 1: Algumas características das escalas de mensuração

Característica:	**Nominal**	**Ordinal**	**Intervalar**	**Razão**
Ordenada?		✓	✓	✓
Intervalos significativos?			✓	✓
Zero natural?				✓
Contagens e distribuição de freqüências	✓	✓	✓	✓
Moda	✓	✓	✓	✓
Mediana		✓	✓	✓
Média aritmética			✓	✓
Média geométrica e harmônica				✓
$=, \neq$	✓	✓	✓	✓
$<, \leq, >, \geq$		✓	✓	✓
$+, -$			✓	✓
$\times, /$				✓
Variância e desvio padrão			✓	✓
Quantis		✓	✓	✓
Coeficiente de variação				✓

Existem ótimas discussões e exemplos de como utilizar as escalas de mensuração e de como analisar e interpretar esses dados (FEINSTEIN, 1996; FEINSTEIN, 1987; FEINSTEIN, 1985).

6 Críticas aos tipos de dados e escalas de mensuração

As escalas de mensuração de Stevens são, talvez, as escalas mais utilizadas hoje em dia para entender como um determinado dado foi mensurado, e podem ser encontradas facilmente em diversos livros de estatística (FEINSTEIN, 1977; KLEINBAUM et al., 1997; TRIOLA, 1998).

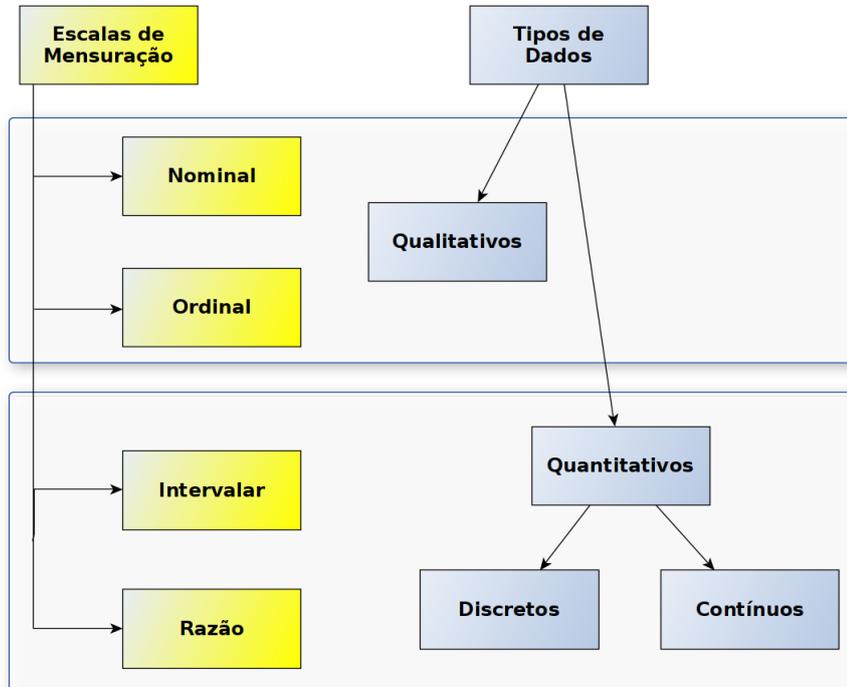
E mesmo amplamente utilizada a hierarquia de escalas de mensuração de Stevens sofre diversas e amplas críticas por vários teóricos e pesquisadores (VELLEMAN; WILKINSON, 1993; GAITO, 1984; MICHELL, 1986; GAITO, 1980; TOWNSEND; ASHBY, 1984; MacRAE, 1988), principalmente em relação à prescrição de técnicas e procedimentos estatísticos que podem/devem ser utilizados dependendo da escala de mensuração.

Alguns autores sugeriram outras classificações para os tipos de dados e para diferentes hierarquias de escalas de mensuração (por exemplo, o trabalho de Mosteller e Tukey em 1977), mas nenhuma dessas alternativas chegou perto de alcançar o nível de sucesso e aceitação da proposta de Stevens.

E o que fazer na prática? Use as escalas de mensuração de Stevens, sabendo que são passíveis de crítica e que não serão adequadas para todas as situações (embora o sejam na maioria). Bom senso e estudo é sempre o melhor caminho.

7 Tipos de dados × Escalas de mensuração

Já temos agora todo o conhecimento necessário para acabar com a confusão semântica entre os tipos de dados e as escalas de mensuração. Veja a figura a seguir:

Figura 3: Relação entre tipos de dados e escalas de mensuração

Os dados **qualitativos** podem ser mensurados em escala **nominal** (por exemplo, sexo: masculino e feminino) ou em escala **ordinal** (por exemplo, grau de satisfação: excelente, bom, médio, ruim, péssimo).

Os dados **quantitativos discretos** podem ser mensurados em escala **intervalar** (por exemplo, tamanho de sapato: 40, 41, 42) ou em escala de **razão** (por exemplo, número de filhos de um casal: 0, 1, 2).

Os dados **quantitativos contínuos** podem ser mensurados em escala **intervalar** (por exemplo, temperatura em graus Celsius: 25,8 °C) ou em escala de **razão** (por exemplo, altura em centímetros: 185,2 cm).

Um conceito é o **tipo de dado**, o outro é a **escala de mensuração**. São relacionados mas distintos.

Se você puder escolher, prefira dados em escala de razão: são os mais informativos e podem ser transformados facilmente para uma escala ordinal, se necessário. Por exemplo: se você tem o peso em quilogramas (dado quantitativo contínuo em escala de razão) pode "transformá-lo" facilmente em um dado qualitativo em escala ordinal (magro, normal ou gordo), apenas definindo-se pontos de corte na escala.

8 Outras escalas

Por fim, gostaria de chamar a atenção para o fato de que essas não são as únicas escalas possíveis.

É possível, por exemplo, combinar várias escalas ordinais e criar uma escala quase perfeitamente numérica, chamada de escala **quasi-numérica** ou **quasi-dimensional** (FEINSTEIN, 1987; FEINSTEIN, 1985). Um exemplo é a famosa Escala de Apgar para a avaliação clínica imediata do bebê recém-nascido (APGAR, 1953).

Outras escalas quasi-dimensionais podem ser obtidas através de procedimentos interessantes, como as **escalas diferenciais** gráficas (por exemplo, as escalas visuais analógicas) (FEINSTEIN, 1985) e semânticas (por exemplo, escalas categóricas psicossociais) (FEINSTEIN, 1987).

Escalas especializadas também são utilizadas em *marketing*, pesquisas de opinião e em diversas áreas.

Não cabe nesta revisão de tipos de dados e escalas de medida uma discussão a respeito dessas escalas especializadas. O leitor interessado tem à disposição bastante material de estudo na *Internet*.

Referências

APGAR, V. A Proposal for a New Method of Evaluation of the Newborn Infant. *Current Researches in Anesthesia dn Analgesia*, v. 32, n. 4, p. 260–267, 1953.

ARMITAGE, P.; BERRY, G.; MATTHEWS, J. N. S. *Statistical Methods in Medical Research*. 4. ed. Oxford: Blackwell Science, 2002.

BERQUÓ, E. S.; SOUZA, J. M. P.; GOTLIEB, S. L. D. *Bioestatística*. 2. ed. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1981.

FEINSTEIN, A. R. *Clinical Biostatistics*. Saint Louis: Mosby Company, 1977.

FEINSTEIN, A. R. *Cinical Epidemiology: The Architecture of Clinical Research*. Philadelphia: Saunders, 1985.

FEINSTEIN, A. R. *Clinimetrics*. New Haven: Yale University Press, 1987.

FEINSTEIN, A. R. *Multivariable Analysis: An Introduction*. 1. ed. [S.l.]: Yale University Press, 1996. ISBN 9780300062991.

FERREIRA, A. B. H. *Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*. 5. ed. Curitiba: Editora Positivo, 2010.

GAITO, J. Measurement Scales and Statistics: Ressurgence of an Old Misconception. *Psychological Bulletin*, v. 87, n. 3, p. 564–567, 1980.

GAITO, J. Measurement Scales and Statistics: A Confusion Which Refuses to Die. *Canadian Psychology*, v. 25, n. 3, p. 249–250, 1984.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S. *Dicionário Houaiss da língua portuguesa*. 1. ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

KLEINBAUM, D. G. et al. *Applied Regression Analysis and Other Multivariable Methods*. 3. ed. Pacific Grove: Duxbury Press, 1997. ISBN 9780534209100.

LAURENTI, R. et al. *Estatísticas de Saúde*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1987.

LIND, D. A.; MARCHAL, W. G.; WATHEN, S. A. *Statistical Techiniques in Business & Economics*. 15. ed. New York: McGraw-Hill Irwin, 2012.

MacRAE, A. W. Measurement Scales and Statistics: What can significance tests tell us about the world? *British Journal of Psychology*, v. 79, p. 161–171, 1988.

MICHELL, J. Measurement Scales and Statistics: A Clash of Paradigms. *Psychological Bulletin*, v. 100, n. 3, p. 398–407, 1986.

MOSTELLER, F.; TUKEY, J. W. *Data Analysis and Regression: a second course in statistics*. Massachusetts: Addison-Wesley, 1977.

R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2021. Disponível em: <https://www.r-project.org/>.

SILVA FILHO, A. A. O que é "dado"? Manuscrito não publicado. 2003. Disponível em: <https://www.abrantes.pro.br/wp-content/uploads/2021/04/o_que_e_dado.pdf>.

SILVA FILHO, A. A. Algarismos Significativos. Manuscrito não publicado. 2021. Disponível em: <https://www.abrantes.pro.br/2021/02/02/algarismos-significativos/>.

SOARES, J. F.; SIQUEIRA, A. L. *Introdução à Estatística Médica*. 2. ed. Belo Horizonte: Coopmed, 2002.

STEVENS, S. S. On the Theory of Scales of Measurement. *Science*, v. 103, n. 2684, p. 677–680, jun. 1946.

TOWNSEND, J. T.; ASHBY, F. G. Measurement Scales and Statistics: The Misconception Misconceived. *Psyhchological Bulletin*, v. 96, n. 2, p. 394–401, 1984.

TRIOLA, M. F. *Introdução à Estatística*. 7. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 1998.

VELLEMAN, P. F.; WILKINSON, L. Nominal, Ordinal, Interval, and Ratio Typologies Are Misleading. *The American Statistician*, v. 47, n. 1, p. 65–72, fev. 1993.

Wikipedia contributors. *RGB color model — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. 2021. [Online; acesso em 2021-04-29]. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=RGB_color_model&oldid=1017407690>.

ZAR, J. H. *Biostatistical Analysis*. 4. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.